# Introdução às Partículas Elementares

C.A. Bernardes & T.A. Costa

February 24, 2009

# Índice

- Teoria das Perturbações não Relativística (até primeira ordem)

- Eletrodinâmica Escalar

- Seção de Choque e Elemento de Matriz

# Teoria das Perturbações

- Estudar um sistema complexo baseando-nos em sistemas ($H_0$) simples adicionados de termos "perturbativos" (V).
- PARTÍCULA LIVRE:

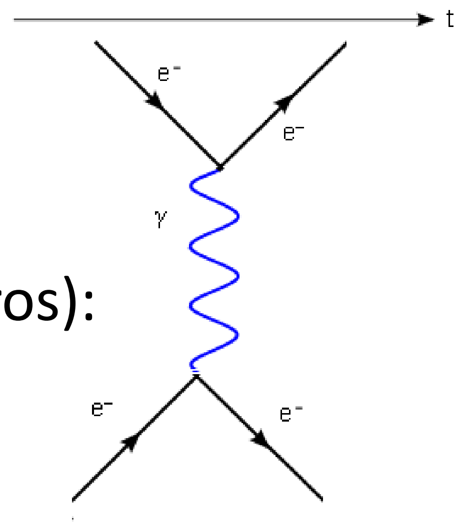
$$i\frac{\partial \psi_n}{\partial t} = -\frac{1}{2m}\nabla^2\psi_n \Rightarrow \widehat{H}_0\psi_n = E_n\psi_n \quad com \quad \int_V d^3x\,\psi_m^*\psi_n^* = \delta_{mn} \quad (1)$$

- Hamiltoniano Perturbativo:

$$(\widehat{H}_0 + \widehat{V}(\vec{x},t))\psi_n = i\frac{d\psi_n}{dt} \quad (2)$$

- Solução (Método da Variação dos Parâmetros):

$$\Psi = \sum_n a_n(t).\psi_n(\vec{x}).e^{iE_nt} \qquad (3)$$



# Teoria das Perturbações

- Exercício: Usando as equações (1), (2) e (3) obter uma equação diferencial para $a_f$ = “coeficiente” do estado final da interação:

$$\frac{da_f}{dt} = -i\sum_n a_n(t)\int d^3x\,\psi_f^* V \psi_i e^{i(E_f - E_n)t} \qquad (4)$$

- Dica: Aplique (3) em (2); use os auto valores (1); multiplique por $\psi_f^*$ e use ortogonalidade da função de onda.
- Antes da interação, a partícula está em seu alto-estado i do Hamiltoniano não perturbado. Ou seja, em t = T/2 :

# Teoria das Perturbações

$$a_i(-T/2) = 1 \;\; e$$

$$a_n(-T/2) = 0 \;\; para \;\; n \neq i$$

e temos :

$$\frac{da_f}{dt} = -i \int d^3x \, \psi_f^* V \psi_i e^{i(E_f - E_i)t} \qquad (5)$$

- Em primeira ordem, como o potencial é pequeno e transiente, assumidos que as C.I não mudam durante a interação. Integrando (5) temos a AMPLITUDE DE PROBABILIDADES:

$$T_{if} \equiv a_f(T/2) = -i \int_{-T/2}^{T/2} dt \int d^3x \left[\psi_f(\vec{x}) e^{-iE_f t}\right]^* V(\vec{x},t) \left[\psi_i(\vec{x}) e^{-iE_i t}\right] (6)$$

- ou

$$T_{if} = -i \int d^4x \, \Psi_f^*(x) V(x) \Psi_i(x) \qquad (7)$$

# Teoria das Perturbações

- Exercício : Mostre que, se V independe do tempo, (6) pode ser escrito como

$$T_{fi} = -2\pi i V_{fi}\delta(E_f - E_i) \; onde \; V_{fi} \equiv \int d^3x \psi_f^*(\vec{x}) V(\vec{x}) \psi_i(\vec{x}) \quad (8)$$

- A função delta expressa a conservação da energia na transição i →f. Pelo Princípio da Incerteza, os estados i e f podem estar infinitamente distantes no tempo. Não faz sentido físico trabalhar com Probabilidade de mudança de estado $|T_{fi}|^2$ pois

$$|T_{fi}|^2 = \underset{T\to\infty}{Lim}\, 2\pi |V_{fi}|^2 T\delta(E_f - E_i) \to \infty$$

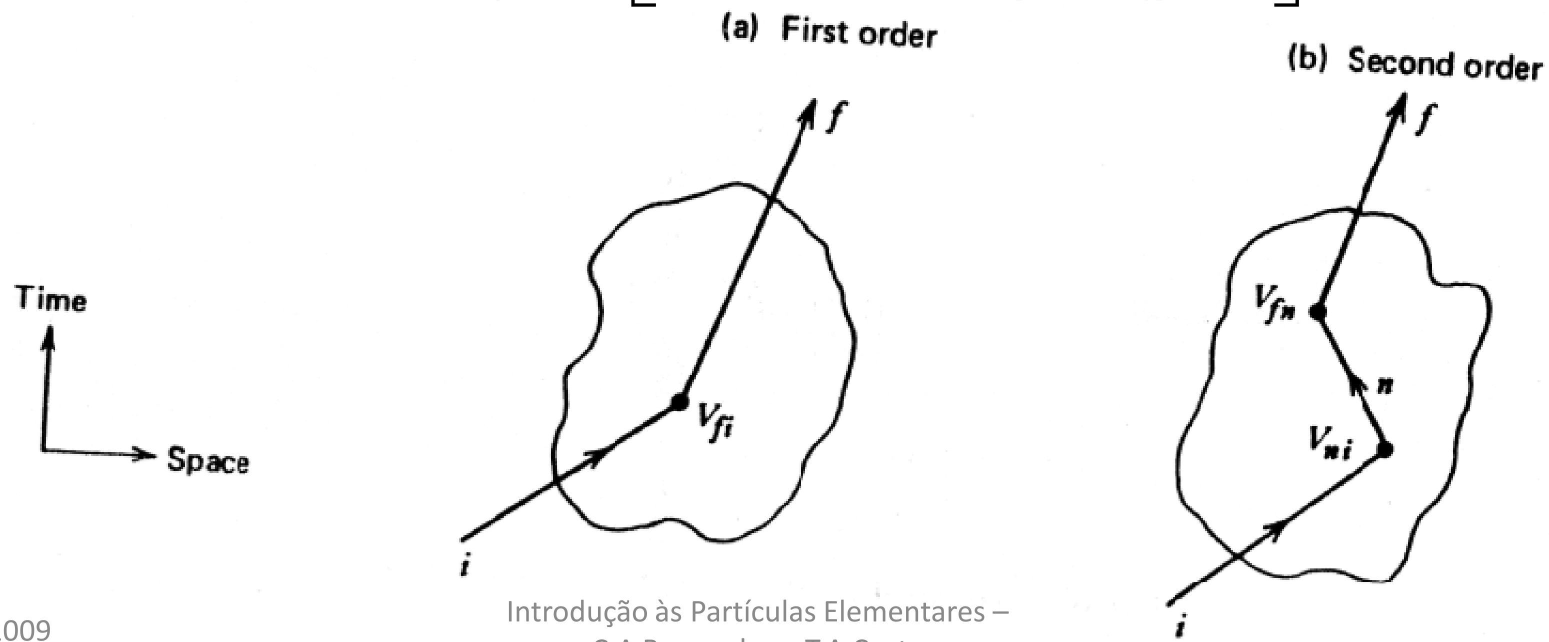
- Definimos então a AMPLITUDE DE TRANSIÇÃO :

$$W = \lim_{T\to\infty} \frac{|T_{fi}|^2}{T} = 2\pi |V_{fi}|^2 \delta(E_f - E_i) \quad (9)$$

# Teoria das Perturbações

- Prova-se por processos iterativos que os demais termos perturbativos, que incluem mais transições entre o estado final e o inicial é da forma:

$$T_{fi} = -2\pi i \delta(E_f - E_i)\left[V_{fi} + \sum_{n\neq i} V_{fn}\frac{1}{E_i - E_n}V_{ni}\right] \quad (10)$$



# Eletrodinâmica Escalar

# Seção de Choque

- Função de Onda e densidade de partículas

$\phi = Ne^{-ip\cdot x}$ e $\rho = 2E|N|^2$ escolhendo $|N|^2 = V$

Temos o Invariante de Lorentz

$$\int \rho \, d^3x = 2E \qquad (11)$$

- Seção de Choque num processo A + B→C + D:

$$d\sigma = \frac{W_{fi}.(N^\circ \ de \ estados \ Finais)}{Fluxo \, inicial} \quad (12)$$

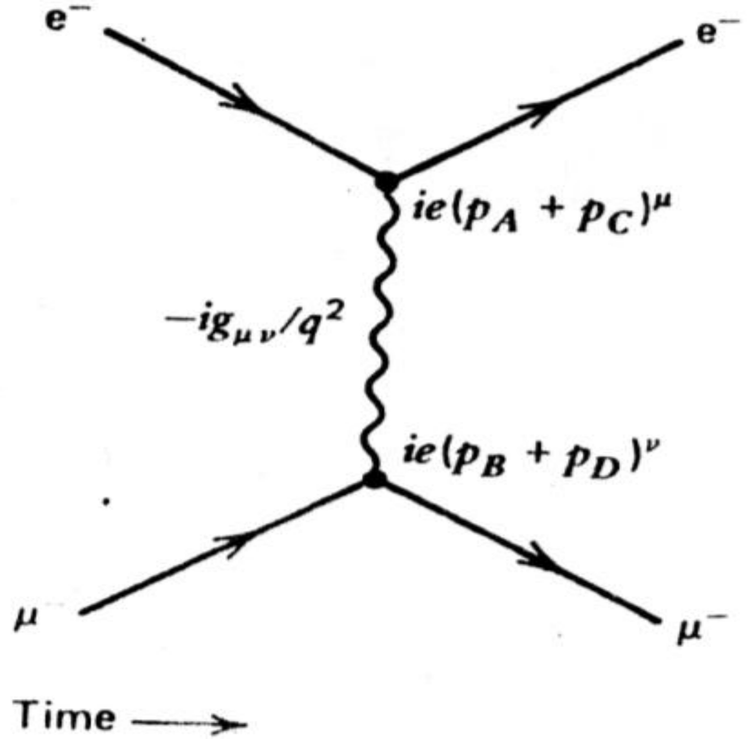
# Seção de Choque

- Amplitude de transição:

$$W = \frac{|T_{fi}|^2}{TV} = \frac{1}{V^4}(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_C + p_D - p_A - p_B)|M|^2 \quad (13)$$

$$p_i = (M_i, \vec{P}_i)$$

$$P_i = \sqrt{P_{ix}^2 + P_{iy}^2 + P_{iz}^2}$$



# Número de Estados Finais

→ 1 Dimensão

$$\phi(x)=\phi(L+x)\Rightarrow A.e^{-iEt+ipx}=A.e^{-iEt+ip(L+x)}$$

$$e^{ipL}=1\Rightarrow pL=2n\pi\Rightarrow n=\frac{L}{2\pi}p$$

→3 Dimensões (n° de estados entre $\vec{P}$ e $\vec{P}+d\vec{P}$ ):

$$n=\frac{V}{(2\pi)^3}dP$$

→N° estados por partícula:

$$\frac{N_e}{N_p}=\frac{V}{(2\pi)^3 2E_C}dP_C\,\frac{V}{(2\pi)^3 2E_D}dP_D \qquad (14)$$

# Fluxo Inicial

→Número de Partículas que passam por uma área num intervalo de tempo t :

$$Fluxo = \frac{n^\circ\, partículas\, A}{t.Área}\,\frac{n^\circ\, partículas\, B}{t.Área}$$

$$Fluxo = \left|\vec{\upsilon}_{rel}\right| \frac{2E_A}{V}\frac{2E_B}{V} \qquad (15)$$

# Juntando as Peças

$$d\sigma = \frac{W_{fi}.\left(N^\circ\ de\, estados\, Finais\right)}{Fluxo\, inicial} =$$

$$\frac{1}{V^4}(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_C + p_D - p_A - p_B)\left|M\right|^2 \frac{V}{(2\pi)^3 2E_C} d^3P_C \frac{V}{(2\pi)^3 2E_D} d^3P_D \frac{V}{\left|\vec{\upsilon}_{rel}\right| 2E_A} \frac{V}{2E_B}$$

$$d\sigma = \delta^{(4)}(p_C + p_D - p_A - p_B)\left|M\right|^2 \frac{1}{\left|\vec{\upsilon}_{rel}\right| E_A E_B} \frac{d^3P_C d^3P_D}{16(2\pi)^2 E_C E_D}$$

mas

$$\delta^{(4)}(p_C + p_D - p_A - p_B) = \delta(E_C + E_D - E_A - E_B)\delta^{(3)}(\vec{P}_C + \vec{P}_D - \vec{P}_A - \vec{P}_B)$$

$$\int \delta^{(3)}(\vec{P}_C + \vec{P}_D - \vec{P}_A - \vec{P}_B) d^3P_D = 1$$

# Juntando as Peças

$$d\sigma = \delta(E_C + E_D - E_A - E_B)\frac{dP_C}{16(2\pi)^2 E_C E_D}|M|^2 \frac{1}{|\vec{\upsilon}_{rel}|E_A E_B}$$

$$d\sigma = \delta\left(E_C(\vec{P}_C) + E_D(\vec{P}_C) - E_{CM}\right)\frac{P_C^2 dP_C d\Omega}{16(2\pi)^2 E_C E_D}|M|^2 \frac{1}{|\vec{\upsilon}_{rel}|E_A E_B}$$

Usando a identidade: $\int \delta\left(f(x)\right)dx = \frac{1}{\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|}$

Sabendo que

$$E_C = \sqrt{M_C^2 + P_C^2} \text{ e } E_D = \sqrt{M_D^2 + P_C^2} \text{ pois } P_D = P_C$$

$$\int \delta\left(E_{CM} - E_C - E_D\right)dP_C = \frac{1}{\left|\frac{\partial\left(E_{CM} - E_C - E_D\right)}{\partial P_C}\right|} = \frac{1}{\frac{2P_C}{2E_C} + \frac{2P_C}{2E_D}} = \frac{E_C E_D}{P_C(E_C + E_D)}$$

# Pausa pra Descansar a Cabeça

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | 1 | 4 |
| 2 | | | 5 | | | 6 | | |
| 9 | | | 3 | | | | | |
| | 5 | | | 1 | | | 3 | |
| | 8 | | | 3 | | | 7 | |
| | 6 | | | 2 | | | 9 | |
| | | | | | 8 | | | 2 |
| | | 3 | | | 4 | | | 1 |
| 5 | 7 | | | | | | | |

# Juntando as Peças

- Com o último resultado:

$$d\sigma = \frac{1}{E_{CM}} \frac{P_C d\Omega}{16(2\pi)^2} |M|^2 \frac{1}{|\vec{\upsilon}_{rel}| E_A E_B}$$

- Com: $\upsilon = \dfrac{\vec{P}}{E}$ e $\vec{P}_A = -\vec{P}_B \quad (CM)$ no Fluxo:

$$d\sigma = \frac{1}{E_{CM}} \frac{P_C d\Omega}{16(2\pi)^2} |M|^2 \frac{1}{|\vec{\upsilon}_A - \vec{\upsilon}_B| E_A E_B} =$$

$$\frac{1}{E_{CM}} \frac{P_C d\Omega}{16(2\pi)^2} |M|^2 \frac{1}{\left|E_B \vec{P}_A - E_A \vec{P}_B\right|} = \frac{1}{E_{CM}} \frac{P_C d\Omega}{16(2\pi)^2} |M|^2 \frac{1}{(E_B + E_A)\vec{P}_A}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{P_C}{E_{CM}^2 P_A} |M|^2$$